
TRAVAIL ÉCRIT DU 16 OCTOBRE 2023

NOM ET PRÉNOM :

TOTAL : ...

NOTE : ...

Le travail dure une heure. Le seul moyen auxiliaire autorisé est le formulaire distribué en classe.

Lisez attentivement et complètement chaque énoncé avant de commencer la résolution d'un problème.

Soignez votre rédaction, commentez et expliquez vos démarches, présentez clairement vos réponses et simplifiez vos résultats. Tous ces critères seront pris en compte pour l'évaluation de vos réponses.

Problème 1

(18 pts)

On considère les cinq ensembles

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}, \quad B = \{-1, 0, 1\}, \quad C = \{-2, -1, 0, 1, 2\},$$

$$D = [-3, 6] = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x \leq 6\} \quad \text{et} \quad E =]0, 2[= \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 2\}.$$

a) Écrire en extension les ensembles

(1) $\mathcal{P}(C \setminus A)$,

(3) $B \times (A \setminus C)$,

(2) $(A \cup B \cup C) \cap (A \triangle B \triangle C)$,

(4) $\{X \in \mathcal{P}(C \setminus B) \mid X \cap A \neq \emptyset\}$.

b) Calculer et simplifier

(1) $(C \setminus B) \cup E$,

(2) $D \setminus E$.

c) Calculer le cardinal des ensembles (détailler/commenter vos développements)

(1) $\mathcal{P}(C^2) \times B$,

(2) $\mathcal{P}(A) \triangle \mathcal{P}(C)$.

Problème 2

(10 pts)

Afin de préparer au mieux l'apéro dinatoire de fin de congrès, les 60 participants ont été priés de répondre à trois questions sur leurs allergies alimentaires. 14 personnes ont déclaré une allergie au gluten, 10 au lactose et 6 aux œufs. De plus si 40 personnes ne souffrent d'aucune des trois allergies, 7 personnes en ont déclaré au moins deux.

- a) Modéliser la situation et retranscrire les informations fournies à l'aide du langage ensembliste.
- b) À l'aide de votre modélisation et en détaillant, expliquant et commentant correctement votre démarche de résolution, déterminer le nombre de personnes qui ont déclaré une allergie aux trois produits ?

Problème 3

(6 pts)

Soit Q l'ensemble des quadrilatères convexes du plan. Dans Q , on considère le sous-ensemble C des carrés, le sous-ensemble R des rectangles, le sous-ensemble P des parallélogrammes et le sous-ensemble L des losanges. Construire un diagramme d'Euler représentant les relations d'inclusion entre ces ensembles.

Tournez svp

Problème 4

(10 pts)

Soient $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ l'ensemble des chiffres décimaux et $B = \{0, 2, 4, 6, 8\}$ celui des chiffres pairs. Dans chacun des cas qui suivent, décider si le losange peut être remplacé par une appartenance, une inclusion, les deux ou aucune des deux.

	$\in$	$\subseteq$	les deux	aucune
a) $B \diamond \mathcal{P}(A)$	☐	☐	☐	☐
b) $(A \setminus B)^2 \diamond A^2 \setminus B^2$	☐	☐	☐	☐
c) $\{0, 4, 9\} \diamond A$	☐	☐	☐	☐
d) $\mathbb{N} \diamond \mathbb{Z}^2$	☐	☐	☐	☐
e) $A \triangle B \diamond \mathcal{P}(A \setminus B)$	☐	☐	☐	☐
f) $\{\{0, 2\}, \{2, 4\}, \{0, 0, 6\}\} \diamond \mathcal{P}(A)$	☐	☐	☐	☐
g) $\emptyset \diamond \mathcal{P}(B \setminus A)$	☐	☐	☐	☐
h) $(8, 8) \diamond \mathcal{P}(B \times A)$	☐	☐	☐	☐
i) $\{(\emptyset, \emptyset)\} \diamond \mathcal{P}(A^2)$	☐	☐	☐	☐
j) $\mathcal{P}(B) \diamond \mathcal{P}(A)$	☐	☐	☐	☐
k) $\emptyset \diamond \mathcal{P}(B)^2$	☐	☐	☐	☐
l) $\{\{1, 5, 9\}\} \diamond A \setminus B$	☐	☐	☐	☐
m) $\{1, \{2\}, 3, \{4\}, 5, \{6\}, 7, \{8\}, 9\} \diamond A \cup \mathcal{P}(A)$	☐	☐	☐	☐

Problème 5

(6 pts)

Soient les ensembles

- 1) $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$,
- 2) $B = [1, 5] = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x \leq 5\}$,
- 3) $C =]1, 5[= \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x < 5\}$,
- 4) $D = \{2, 3, 4\}$,
- 5) $E = [2, 4] = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x \leq 4\}$,
- 6) $F =]2, 4[= \{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x < 4\}$

- a) Représenter graphiquement, dans le plan $\mathbb{R}^2$ muni d'un repère cartésien (et en prenant au moins 2 carrés comme unité), l'ensemble

$$(C \setminus E)^2 \cup (E^2 \setminus F^2).$$

- b) À l'aide des ensembles proposés, **et uniquement de ceux-là**, exprimer l'ensemble représenté ci-dessous.

