
TE 2

Nom:

Prénom:

- Durée : 90 minutes
- Les téléphones et les machines à calculer sont interdits.
- Aucun formulaire n'est autorisé.

Exercice 1 (10 pts). Calculer les dérivées des fonctions suivantes et simplifier les résultats:

a) $f(x) = \frac{x + \ln(x)}{x + 1}$

c) $h(u) = \frac{\sqrt{u^2 + 1} + u}{\sqrt{u^2 + 1} - u}$

b) $g(t) = \arctan\left(\frac{1}{t}\right);$

d) $i(x) = x^2 e^{-x} \ln(x)$

Exercice 2 (12 pts). Calculer, si elles existent, les limites suivantes :

a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\ln(2 - x^2)}{x + 1}$

c) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{1 + 2 \cos(x)} - 1}{x - \frac{\pi}{2}};$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - (\cos(x))^3}{x \sin(x)};$

d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} 2x + \sqrt{4x^2 + x + 1}$

Exercice 3 (8 pts). On aimerait fabriquer un conteneur de forme cylindrique sans couvercle et d'une capacité de $24 \pi \text{ cm}^3$. Le matériau employé pour le fond coûte 0,15 CHF par cm^2 et celui utilisé pour la partie courbe 0,05 CHF par cm^2 . Si la fabrication ne donne lieu à aucun déchet, quelles doivent être les dimensions du cylindre pour qu'il coûte le moins possible? justifier votre résultat.

Exercice 4 (10 pts). Soit la fonction

$$f(x) = (x - 1)^2 e^{-x}$$

- (a) Donner le domaine de définition de f .
- (b) Calculer f' , étudier son signe et préciser sur quels intervalles f est croissante ou décroissante.
- (c) Calculer f'' , étudier son signe et préciser sur quels intervalles f est convexe ou concave.
- (d) Donner le(s) abscisse(s) éventuelle(s) de(s) point(s) d'inflexion de f .