
TE 2

Nom:

Prénom:

- Durée : 90 minutes
- Les téléphones et les machines à calculer sont interdits.
- Aucun formulaire n'est autorisé.

Exercice 1 (9 pts). Calculer les dérivées des fonctions suivantes et simplifier les résultats:

a) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{4x+1}$

b) $g(x) = \arctan\left(\frac{x-1}{x+1}\right) \quad (x \neq -1)$

c) $h(x) = \frac{x - e^{1-x}}{e^{-x}}$

Exercice 2 (7 pts). Soit la fonction $f(x) = 4 - x^2$

- (a) Donner l'équation de la tangente au graphe de f au point $P(x_0, f(x_0))$.
- (b) En quel(s) point(s) $P(x_0, f(x_0))$ du premier quadrant cette tangente forme-t-elle avec les axes de coordonnées un triangle d'aire minimale?

Exercice 3 (12 pts). Soit la fonction

$$f(x) = (1 - \ln(x))^2$$

- (a) Donner le domaine de définition de f .
- (b) Calculer f' , étudier son signe et préciser sur quels intervalles f est croissante ou décroissante.
- (c) Calculer f'' , étudier son signe et préciser sur quels intervalles f est convexe ou concave.
- (d) Donner le(s) abscisse(s) éventuelle(s) de point(s) d'inflexion de f .

Exercice 4 (12 pts). Calculer, si elles existent, les limites suivantes :

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x^2}{\sin(\pi x)}$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x+\ln(x)}{1-\sqrt{2x-x^2}}$

c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{\sqrt{x^2+1}} - \sqrt{x^2-x}$