
TE 2

Nom:

Prénom:

- Durée : 90 minutes
- Les téléphones et les machines à calculer sont interdits.
- Aucun formulaire n'est autorisé.

Exercice 1 (10 pts). Calculer les dérivées des fonctions suivantes et simplifier les résultats:

a) $f(x) = \frac{\sin(x) + \cos(x)}{\sin(x) - \cos(x)};$

c) $h(u) = \arctan\left(\frac{1}{u}\right);$

b) $g(x) = \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}};$

d) $i(t) = \frac{t + \ln(t)}{t + 1}.$

Exercice 2 (12 pts). Calculer, si elles existent, les limites suivantes :

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{8+x^2}}{x(x+1)}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos(x) + 2 \ln(1+x)}{x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x^2}{\sin(\pi x)}$

d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} 2x + \sqrt{4x^2 + x + 1}$

Exercice 3 (8 pts). Un réservoir ouvert de base carrée doit avoir une capacité de V litres. Quelles doivent être les dimensions du réservoir pour que la quantité du métal utilisée soit minimum?

Exercice 4 (10 pts). a) Soit la fonction $f(x) = \frac{1}{x}$ définie pour $x \in]0, 2]$. On souhaite prolonger le graphe de cette fonction à droite du point $A(2, \frac{1}{2})$ par une droite de façon que le raccord soit lisse(sans angle). On demande de trouver l'équation de cette droite.

b) Étudier la convexité et la concavité de la fonction suivante: $f(x) = x^2 \ln(x)$