

Formulaire

Dérivée et primitive de quelques fonctions particulières :

| Fonction $f(x)$ | Primitive $F(x)$                                                              | Fonction $f(x)$          | Primitive $F(x)$                         |
|-----------------|-------------------------------------------------------------------------------|--------------------------|------------------------------------------|
| $\arcsin(x)$    | $x \arcsin(x) + \sqrt{1-x^2}$                                                 | $\arccos(x)$             | $x \arccos(x) - \sqrt{1-x^2}$            |
| $\sin^2(x)$     | $\frac{1}{2}(x - \sin(x)\cos(x))$                                             | $\ln(x)$                 | $x(\ln(x) - 1)$                          |
| $\sqrt{x^2+a}$  | $\frac{x}{2}\sqrt{x^2+a} + \frac{a}{2}\ln x + \sqrt{x^2+a} $                  | $\frac{1}{\sqrt{x^2+a}}$ | $\ln x + \sqrt{x^2+a} $                  |
| $\sqrt{a-x^2}$  | $\frac{x}{2}\sqrt{a-x^2} + \frac{a}{2}\arcsin\left(\frac{x}{\sqrt{a}}\right)$ | $\frac{1}{\sqrt{a-x^2}}$ | $\arcsin\left(\frac{x}{\sqrt{a}}\right)$ |

Applications du calcul intégral :

▷ Aire  $A$  entre les graphes représentatifs de deux fonctions  $f$  et  $g$  intégrables dans l'intervalle  $[a, b]$  :

$$A = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$$

▷ Volume  $V$  du corps de révolution engendré par la rotation autour de l'axe  $Ox$  de la fonction  $f(x)$ , continue et positive ou nulle entre  $a$  et  $b$  :

$$V = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx.$$

▷ Longueur  $L$  de la courbe  $y = f(x)$  entre  $a$  et  $b$  pour une fonction  $f$  de continûment différentiable dans l'intervalle  $[a, b]$  :

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx.$$

▷ Aire latérale  $A$  du corps de révolution engendré par la rotation autour de l'axe  $Ox$  de la fonction  $f(x)$ , continûment différentiable et positive ou nulle dans l'intervalle  $[a, b]$  :

$$A = 2\pi \int_a^b f(x) \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx.$$

Dénombrement

| Type                              | répétitions | symbole                                                              | formule                          | conditions           |
|-----------------------------------|-------------|----------------------------------------------------------------------|----------------------------------|----------------------|
| Arrangements                      | non         | $A_k^n$                                                              | $\frac{n!}{(n-k)!}$              | $0 \leq k \leq n$    |
|                                   | oui         | $\overline{A}_k^n$                                                   | $n^k$                            | $k \geq 0, n \geq 1$ |
| Combinaisons                      | non         | $C_k^n, \binom{n}{k}$                                                | $\frac{n!}{k!(n-k)!}$            | $0 \leq k \leq n$    |
|                                   | oui         | $\overline{C}_k^n$                                                   | $\overline{C}_k^n = C_k^{n+k-1}$ | $k \geq 0, n \geq 1$ |
| Permutations : $P_n = A_n^n = n!$ |             | Binôme de Newton : $(x+y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^{n-k} y^k$ |                                  |                      |

# Produits vectoriel et mixte

|                                                                                                                                            |                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                           |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Produit vectoriel<br>(uniquement dans $\mathbb{R}^3$ )                                                                                     | $\vec{c} = \vec{a} \wedge \vec{b}$ ou $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$                                          | $\vec{c}$ est orthogonal à $\vec{a}$ et à $\vec{b}$<br>$\ \vec{c}\  = \ \vec{a}\  \ \vec{b}\  \sin(\theta)$ avec $0 \leq \theta = \angle(\vec{a}, \vec{b}) \leq \pi$<br>le triplet $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ est orienté positivement |
| la norme de $\vec{c}$ est égale à l'aire du parallélogramme construit sur $\vec{a}$ et $\vec{b}$                                           |                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                           |
| Produit mixte<br>(uniquement dans $\mathbb{R}^3$ )                                                                                         | $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = (\vec{a} \wedge \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot (\vec{b} \wedge \vec{c}) =$ | $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$                                                                                                                                                     |
| la valeur absolue de $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]$ est égale au volume du parallélépipède construit sur $\vec{a}$ , $\vec{b}$ et $\vec{c}$ |                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                           |
| les vecteurs $\vec{a}$ , $\vec{b}$ et $\vec{c}$ sont coplanaires $\iff [\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = 0$                                    |                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                           |

# Distances dans l'espace

|                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|-------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Point et plan           | point $P(x_1, x_2, x_3)$<br>plan $(\pi) : A_1x_1 + A_2x_2 + A_3x_3 + A_4 = 0$ passant par le point $A$<br>distance = longueur de la projection de $\overrightarrow{AP}$ sur $\vec{n}$ :<br>$\text{dist}(P, \pi) = \left\  \overrightarrow{AP}_{\vec{n}} \right\  = \frac{ A_1x_1 + A_2x_2 + A_3x_3 + A_4 }{\sqrt{A_1^2 + A_2^2 + A_3^2}}$                                                                                              |
| Point et droite         | point $P(x_1, x_2, x_3)$ et droite $d = d(A, \vec{v})$<br>distance = plus petite distance entre un point de $d$ et $P$ :<br>$\text{dist}(P, d) = \frac{\ \overrightarrow{AP} \wedge \vec{v}\ }{\ \vec{v}\ }$                                                                                                                                                                                                                           |
| Deux plans              | uniquement pour deux plans parallèles $\pi_1$ et $\pi_2$<br>égale à la distance entre $\pi_1$ et un point de $\pi_2$ (ou inversement)<br>pour $(\pi_1) : A_1x_1 + A_2x_2 + A_3x_3 + A_4 = 0$ et $(\pi_2) : A_1x_1 + A_2x_2 + A_3x_3 + A'_4 = 0$<br>on a $\text{dist}(\pi_1, \pi_2) = \frac{ A_4 - A'_4 }{\sqrt{A_1^2 + A_2^2 + A_3^2}}$                                                                                                |
| Droite et plan          | uniquement pour une droite et un plan parallèles<br>égale à la distance entre un point de la droite et le plan                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| Deux droites parallèles | égale à la distance entre un point de la première droite et la deuxième (ou inversement)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| Deux droites gauches    | deux droites $d_1 = d(A, \vec{v}_1)$ et $d_2 = d(B, \vec{v}_2)$ gauches (ni sécantes, ni parallèles)<br>distance = plus petite distance entre un point de $d_1$ et un point de $d_2$ :<br>$\text{dist}(d_1, d_2) = \frac{\ [\overrightarrow{AB}, \vec{v}_1, \vec{v}_2]\ }{\ \vec{v}_1 \wedge \vec{v}_2\ }$ ou $[\overrightarrow{AB}, \vec{v}_1, \vec{v}_2]$ est le produit mixte de $\overrightarrow{AB}$ , $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_2$ |