
Géométrie analytique de l'espace : Exercices supplémentaires

Exercice 2.84

- a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite d d'équations cartésiennes

$$(d) : \begin{cases} x - 2y - 2z = -4 \\ y + 2z = 5 \end{cases}$$

- b) Calculer la distance séparant le point $P(3, 4, 3)$ de la droite e passant par le point $A(6, 1, 4)$ et de vecteur directeur $\vec{v} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \end{bmatrix}^T$.

Exercice 2.85

Dans l'espace on considère la droite $d = d(A, \vec{v})$, passant par le point $A(3, -1, 2)$ et de vecteur directeur $\vec{v} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}^T$, ainsi que les deux points $P(3, 4, 0)$ et $Q(-3, -2, 6)$.

Déterminer une équation cartésienne du plan ou de chacun des plans contenant la droite d et à même distance de P et Q .

Exercice 2.86

Dans l'espace on considère les trois points $A(4, -1, 5)$, $B(7, -1, 3)$ et $C(4, 0, 7)$.

- a) Déterminer une représentation paramétrique du plan π passant par les points A , B et C .
b) Déterminer une équation cartésienne de π .

On considère également la droite d passant par le point $P(4, 2, 10)$ et de vecteur directeur $\vec{v} = \begin{bmatrix} -4 & 2 & 5 \end{bmatrix}^T$.

- c) Déterminer tous les points D appartenant à la droite d et tels que le volume du tétraèdre de sommets $ABCD$ soit égal à 2.

Exercice 2.87

On considère le plan π d'équation cartésienne $3x + 4y - 12z = 12$.

- a) Calculer l'aire $\mathcal{A}$ du triangle XYZ où les points X , Y et Z correspondent aux intersections entre le plan π et les axes du repère.
b) Déterminer une représentation paramétrique de la trace horizontale t de π (c.-à-d. de l'intersection entre π et le sol).
c) Calculer l'angle φ entre le plan π et le sol.
d) Calculer les coordonnées du point Q , symétrique de $P(4, -1, 4)$ par rapport à π .

Exercice 2.88

Soient d_1 la droite passant par le point $A_1(-5, 4, 15)$ et de vecteur directeur $\vec{v}_1 = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 4 \end{bmatrix}^T$ et d_2 celle passant par le point $A_2(-4, 7, -3)$ et de vecteur directeur $\vec{v}_2 = \begin{bmatrix} 3 & 5 & -4 \end{bmatrix}^T$

- a) Calculer la distance δ entre les droites d_1 et d_2 .
b) Déterminer les points de B_1 de d_1 et B_2 de d_2 qui réalisent cette distance.

INDICATION. La droite passant par B_1 et B_2 et perpendiculaire à d_1 et à d_2 . Ainsi B_1 est à l'intersection de d_1 et du plan contenant d_2 et le vecteur $\overrightarrow{B_1B_2}$.